

文章编号:1005-6122(2003)02-0015-04

一种可计算包含色散媒质和集总元件电路的 $(FD)^2TD$ 方法*

刘 博 王道祥 陈如山

(南京理工大学电光院,南京 210094)

摘 要: 现有的计算集总元件的时域有限差分方程要求电容率和电导率是不随频率变化的量。而实际上,大多数媒质的这些参数随频率显著变化。Extended FDTD 方程^[1~6]在分析色散媒质中含有集总元件(电阻、电容、电感)的混合电路时遇到了困难。本文给出的 Extended $(FD)^2TD$ 方法可以解决这个问题,途径是将集总参数(R 、 C 、 L)包含到与频率相关的介电常数中。这种方法可以对实际的混合电路进行全波分析,同时通过一次仿真可获得宽频域的参数。

关键词: 拓展的时域有限差分算法,色散媒质的时域有限差分算法,集总元件

An Extended $(FD)^2TD$ Scheme for the Analysis of Hybrid Circuits with Dispersive Substrate

LIU Bo, WANG Daoxiang, CHEN Rushan

(Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

Abstract: The extended finite-difference time-domain formulations require the permittivity and conductivity to be independent of frequency. However, for many realistic materials of interest, these parameters vary significantly with frequency. The extended $(FD)^2TD$ method makes it possible to analyze hybrid circuits with lumped element within dispersive medium by combining lumped parameters (R , C or L) with frequency-dependent dielectric constant. This method will allow the full-wave analysis of virtually hybrid circuits and get parameters with a wide frequency range through primary simulation.

Key words: Extended FDTD method, $(FD)^2TD$ scheme, Lumped element

1 引言

近几年随着通讯技术的迅猛发展,越来越高的频率得到开发利用,因此有必要建立电磁系统的全波模型,以便能准确说明电磁波的传输、色散、反射、辐射、串扰、耦合等诸多电磁现象。FDTD 法^[1~3],因其简单、准确、有效的特点而在模拟很多电磁问题时被广泛使用。为使 FDTD 能分析色散媒质,1990 年提出了 $(FD)^2TD$ 法^[7]。为使 FDTD 能分析含集总元件的混合电路,1992 年提出了 Extended FDTD^[4]方法,后来对这种方法进行了补充和完善^[5,6]。但目前 Extended FDTD 方程要求媒质的构造参数(ϵ, σ, μ)是常量,这是一个严重的缺陷,因为对大多数媒质而言,这些参数随频率显著变化。因此, FDTD 方法的一个显著优点将大打折扣,即不能通过一次仿真就得到准确的宽频域结果,而是要在某一窄频带内假定媒质的构造参数为某一常量,经过几次仿真才能得到宽频域结果。下面给出的 Extended $(FD)^2TD$ 方法兼有 Extended FDTD 法和 $(FD)^2TD$ 法的功能和优点,可以对色散媒质中含有集总元件的混合电路进行分析。

* 收稿日期:2002-09-24;定稿日期:2003-03-24

2 方法

2.1 Extended FDTD 算法

Extended FDTD 方程在文献[4,5,6]中已有详细深入的讨论。为求得电磁强度的迭代方程,考虑麦克斯韦磁场强度旋度方程:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}_c \quad (\text{a. 1})$$

其中, $\mathbf{J}_c = \sigma \cdot \mathbf{E}$ 为传导电流密度; $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \frac{\partial(\epsilon \mathbf{E})}{\partial t}$ 为位移电流密度。

为使 FDTD 方程能计算集总元件,将与集总元件相关的电流密度项 \mathbf{J}_L 加到(a.1)式的右端,于是(a.1)式变为:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}_c + \mathbf{J}_L \quad (\text{a. 2})$$

假定媒质是非色散媒质,集总元件是 z 向在格子 (i, j, k) 处。沿用文献[3]中的所有规定和标记,并根据文献[5]中的详细推导, Yee 氏迭代方程组中,电场 \mathbf{E} 的 z 向分量的迭代方程为:

$$E_z|_{i,j,k}^{n+1} = E_z|_{i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon} \nabla \times H|_{i,j,k}^{n+1/2} - \frac{\Delta t \sigma}{\epsilon} E_z|_{i,j,k}^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta x \Delta y} I_{zL}^{n+1/2} \quad (\text{a. 3})$$

式中 $I_{zL} = f(U_z, t)$, 是所模拟集总元件的电流-电压方程。文献[5]中给出了集总元件是电阻、电容、电感的 $E_z|_{i,j,k}$ 的迭代方程式。

2.2 Extended (FD)²TD 算法

下面给出麦克斯韦旋度方程在频域里的表达式:

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega \mathbf{D} \quad (\text{b. 1. 1})$$

$$\mathbf{D}(\omega) = \epsilon^*(\omega) \mathbf{E}(\omega) \quad (\text{b. 1. 2})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mu_0 \mathbf{H} \quad (\text{b. 1. 3})$$

为简单起见,仅考虑媒质的复介电常数随频率变化的情况,将与集总元件相关的电流密度项 \mathbf{J}_L 加到(b.1.1)式的右端,于是就有:

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega \mathbf{D} + \mathbf{J}_L \quad (\text{b. 2})$$

同样假定集总元件是 z 向的在格子 (i, j, k) 处, $J_{zL} = \frac{I_{zL}}{\Delta x \Delta y}$, 则:

$$\nabla \times H|_{i,j,k} = j\omega \epsilon^*(\omega) |_{i,j,k} E_z(\omega) |_{i,j,k} + \frac{I_{zL}}{\Delta x \Delta y} \quad (\text{b. 3})$$

式中 $I_{zL} = f(U_z, \omega)$, 是所模拟的集总元件的电流-电压方程。

如果集总元件是电阻,则其电流-电压方程为: $I_{zL} = \frac{\Delta z E_z(\omega) |_{i,j,k}}{R}$, 上式被写为:

$$\nabla \times H|_{i,j,k} = j\omega \epsilon^*(\omega) |_{i,j,k} E_z(\omega) |_{i,j,k} + \frac{\Delta z E_z(\omega) |_{i,j,k}}{R \Delta x \Delta y} \quad (\text{b. 4})$$

为了能应用到(FD)²TD算法中,将式(b.4)写为(b.1.1)、(b.1.2)的形式:

$$\nabla \times H|_{i,j,k} = j\omega D_z(\omega) |_{i,j,k} \quad (\text{b. 5. 1})$$

$$D_z(\omega) |_{i,j,k} = \epsilon_{\varphi}^*(\omega) |_{i,j,k} E_z(\omega) |_{i,j,k} \quad (\text{b. 5. 2})$$

$$\epsilon_{\varphi}^*(\omega) |_{i,j,k} = \epsilon^*(\omega) |_{i,j,k} - j \frac{1}{\omega} \frac{\Delta z}{R \Delta x \Delta y} \quad (\text{b. 5. 3})$$

其中, $\epsilon_{\varphi}^*(\omega) |_{i,j,k}$ 是格子 (i, j, k) 处的 z 向有效介电常数。

如果集总元件是电容,则 $I_{zL} = j\omega C U_z$, 依照相同的步骤将得到:

$$\epsilon_{\varphi}^*(\omega) |_{i,j,k} = \epsilon^*(\omega) |_{i,j,k} + \frac{C \Delta z}{\Delta x \Delta y} \quad (\text{b. 6})$$

对于集总元件是电感的情况, $I_{zL} = \frac{1}{j\omega \cdot L} U_z$, 则等效介电常数为:

$$\epsilon_z^*(\omega) |_{i,j,k} = \epsilon^*(\omega) |_{i,j,k} - \frac{\Delta z}{L \Delta x \Delta y} \cdot \frac{1}{\omega^2} \tag{b.7}$$

为了方便地与(FD)²TD 算法结合起来, 将等效介电常数 $\epsilon_z^*(\omega) |_{i,j,k}$ 表述为:

$$\epsilon_z^*(\omega) |_{i,j,k} = \epsilon^*(\omega) |_{i,j,k} + \frac{C \Delta z}{\Delta x \Delta y} - j \frac{1}{\omega} \cdot \frac{\Delta z}{R \Delta x \Delta y} - \frac{1}{\omega^2} \cdot \frac{\Delta z}{L \Delta x \Delta y} \tag{b.8}$$

其中, $\epsilon^*(\omega)$ 是媒质的复介电常数。如果格子内没有集总元件, 则式(b.8)中所有含集总参数的项全为零, 反之, 则含有对应集总参数的项不为零, 如果至少有两项不为零, 说明它们并联在一个格子内。将集总参数包含到等效介电常数 $\epsilon^*(\omega)$ 中后, 便可直接应用(FD)²TD 算法了, 这就是 Extended (FD)²TD 算法。再往后的工作仅仅是(FD)²TD 算法的实施过程, 具体问题可参考文献[7,8], 此处不再赘述。

3 演示

下面将给出一个简单的例子来演示 Extended (FD)²TD 算法的正确性。如图 1 所示, 微带电路终端接阻抗, 空间离散, $\Delta x = \Delta z = 0.2\text{mm}$, $\Delta y = 0.25\text{mm}$ 。当 $\epsilon_r(\omega) = 10$, 终端接电容, 容值 $C = 4\text{pF}$ 时观察点 P 处反射系数的幅值、相位随频率变化曲线分别由图 2、图 3 给出。可以看出两种算法有一样的精度, 而 Extended FDTD 算法的正确性已经得到验证。如果终端接电阻, 阻值 $R = 48\Omega$, 图 4 给出了 $\epsilon_r(\omega) = 10$ 时观察点 P 处反射系数的幅值随频率变化的图形, 如果 $\epsilon_r(\omega)$ 随频率依 Debye 方程变化, 即:

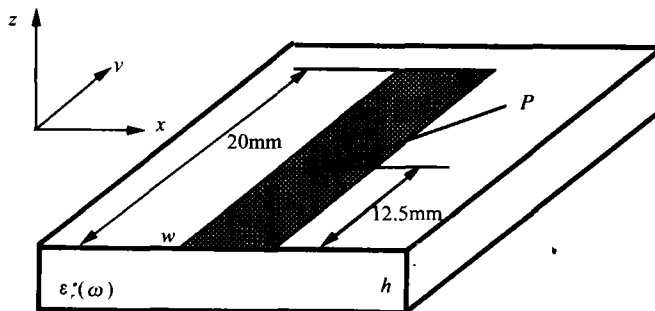


图 1 终端接电阻的微带电路 ($w = 1\text{mm}, h = 1\text{mm}$)

$$\epsilon_r(\omega) = \epsilon + \frac{\sigma}{j\omega\epsilon_0} + \frac{\chi}{1 + j\omega t_0} \tag{b.9}$$

则观察点 P 处反射系数的幅值随频率变化曲线由图 5 给出。

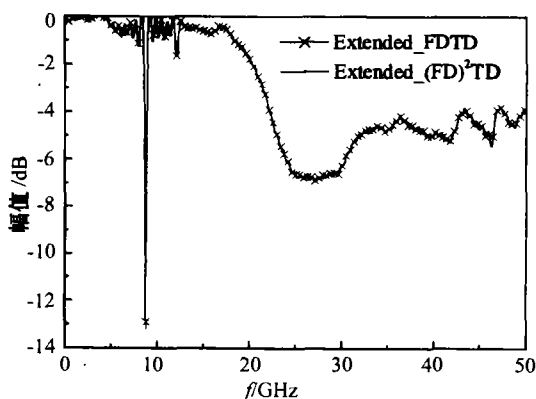


图 2 P 处反射系数 S_{11} 的幅值 ($\epsilon_r = 10, C = 4\text{pF}$)

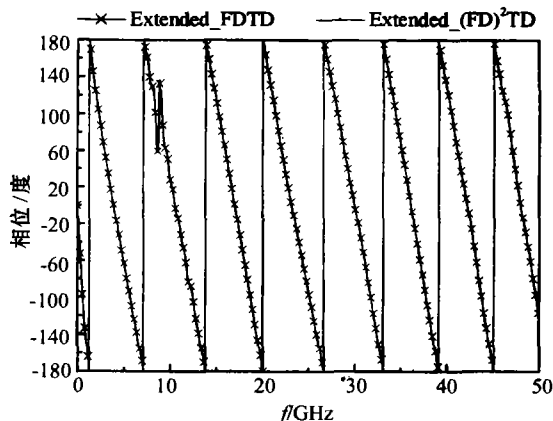


图 3 P 处反射系数 S_{11} 的相位 ($\epsilon_r = 10, C = 4\text{pF}$)

4 结论

Extended FDTD 方程能分析含有集总元件的电磁结构, 但要求媒质的构造参量不能随频率变化, (FD)²TD 方法能分析媒质参数随频率变化的结构, 所分析问题中不能含有集总元件。两种方法都不能分析

色散媒质中含有集总元件的结构,而本文给出的 Extended (FD)²TD 方法可以分析这类问题(上面的例子,图5就说明了这一点),可见这种方法进一步扩大了时域有限差分方法的应用范围。

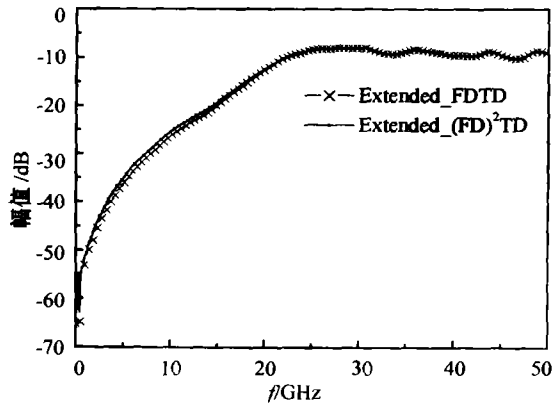


图4 P处反射系数 S_{11} 的幅值 ($\epsilon_r = 10, R = 48\Omega$)

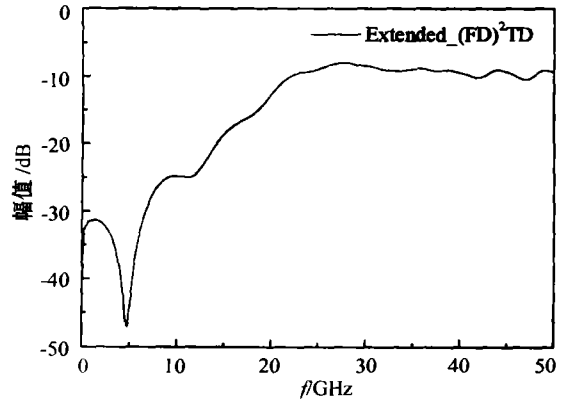


图5 P处反射系数 S_{11} 的幅值 ($\epsilon_r^*(\omega)$ _Debye 方程
 $\epsilon = 10, \sigma = 0.01, \chi = 2, t_0 = 0.01\mu s, R = 48\Omega$)

参 考 文 献

- [1] 王长清,祝西里. 电磁场中的时域有限差分法. 北京: 北京大学出版社, 1994.
- [2] 高本庆. 时域有限差分法. 北京: 国防工业出版社, 1995.
- [3] K S Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwells equations in isotropic media. IEEE Trans. Antennas Propagat., 1966, 14 (5): 302~307.
- [4] W Sui, D A Christensen, C H Durney. Extending the two-dimensional FD-TD method to hybrid electromagnetic systems with active and passive lumped elements. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1992, 40(4): 724~730.
- [5] Picket-May, M J, A Taflove, J Baron, FDTD modeling of digital signal propagation in 3-D circuits with passive and active loads. IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, 1994, 42:1514~1523.
- [6] Weiliang Yuan, Erping Li. FDTD simulations for hybrid circuits with liner and nonliner lumped elements. Microwave and Optical Technology Letters, 2002, 32

(6):408~412.

- [7] R Luebbers, F Hunsberger, K Kunz, R Stanler, M Schneider. A frequency-dependent finite-difference time-domain formulation for dispersive materials. IEEE Trans. Electromag. Compat., 1990, 32(8): 222~227.
- [8] Dennis M Sullivan. Electromagnetic Simulation Using the FDTD Method, IEEE PRESS, 2000.
- [9] 谢处方, 饶克谨. 电磁场与电磁波. 北京: 高等教育出版社, 1987.

刘 博 1979年生, 硕士研究生, 主要研究方向: 时域有限差分法在电子系统中的应用及电磁兼容。

E-mail: lbillyjoy@sohu.com

王道祥 1976年生, 硕士研究生, 主要研究方向: 微波、毫米波集成电路, 电磁场的数值方法。

陈如山 博士, 教授, 中国电子学会高级会员, 江苏电子学会天线与微波专业委员会副主任委员, 香港城市大学高级研究员, 南京理工大学通信工程系副主任。在国际核心期刊上发表论文60多篇, 获国家教委科技进步二等奖等5项奖项, 得到教育部“优秀青年教师资助计划”资助。